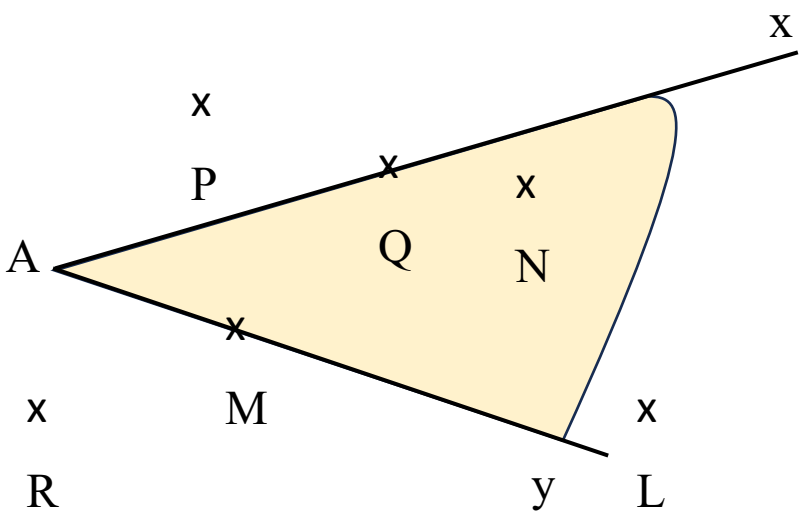
7 أساسي **درس: الـزوايـا**

تـمـهـيـد:

1) تعريف الزاوية:

الزاوية هي مجموعة نقاط المستوي المحصورة بين نصفي مستقيم لهما نفس الاصل.

مثال: الزاوية [Ax ; Ay] هي مجموعة النقاط المحصورة بين نصفي المستقيم (Ax] و (Ay]

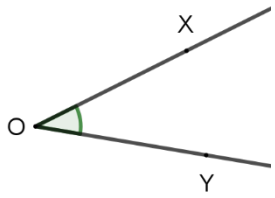
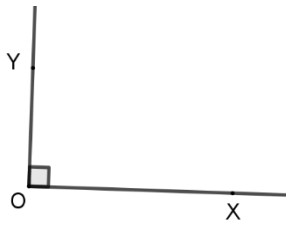
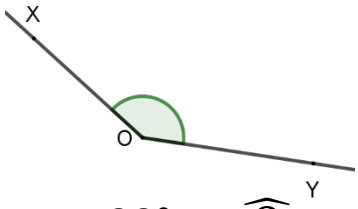
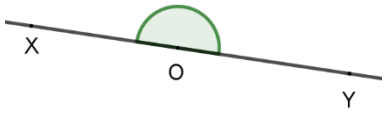


- A تسمى رأس الزاوية.
- (Ax] و (Ay] هما ضلعا الزاوية.
- الزاوية [Ax ; Ay] نرمز لها أو لقيسها بـ $\widehat{xAy}$ أو $\widehat{yAx}$
- أكمل بـ $\in$ أو $\notin$:

$N \ldots \widehat{xAy}$; $M \ldots \widehat{xAy}$; $Q \ldots \widehat{xAy}$; $P \ldots \widehat{xAy}$

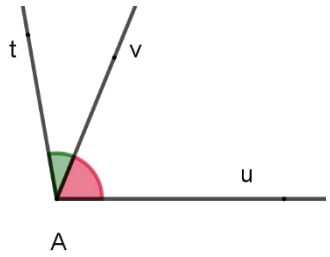
$R \ldots \widehat{xAy}$; $L \ldots \widehat{xAy}$; $O \ldots \widehat{xAy}$

1) أنواع الزوايـا:

الزاوية الحادة : هي الزاوية التي يكون قيسها محصور بين °0 و °90.	 $0 < \widehat{xOy} < 90°$ اذن $\widehat{xOy}$ هي زاوية حادة.
الزاوية القائمة : هي الزاوية التي يكون قيسها يساوي °90. **ملاحظة:** $(Ox) \perp (Oy)$	 $\widehat{xOy} = 90°$ اذن $\widehat{xOy}$ هي زاوية قائمة.
الزاوية المنفرجة : هي الزاوية التي يكون قيسها محصور بين °90 و °180.	 $90° < \widehat{xOy} < 180°$ اذن $\widehat{xOy}$ هي زاوية منفرجة.
الزاوية المنبسطة : هي الزاوية التي يكون قيسها يساوي °180. **ملاحظة:** X و Y و O على استقامة واحدة	 $\widehat{xOy} = 180°$ اذن $\widehat{xOy}$ هي زاوية منبسطة.

I) زاويتان متجاورتان - زاويتان متتامتان - زاويتان متكاملتان - زاويتان متقابلتان بالرأس:

1) زاويتان متجاورتان:

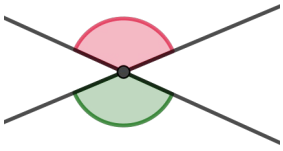
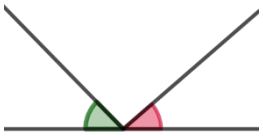
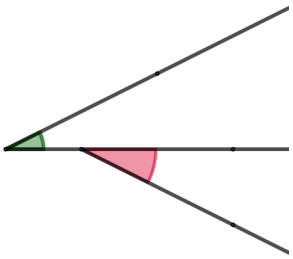


تعريف: زاويتان متجاورتان هما زاويتان لها ضلع مشترك.

مثال: الزاويتان $\widehat{tAv}$ و $\widehat{uAv}$ تشتركان في الضلع [Av) فهما **متجاورتان.**

و لدينا $\widehat{uAv} + \widehat{vAt} = \widehat{uAt}$

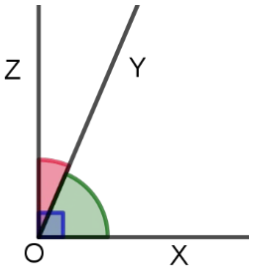
تطبيق : لاحظ الرسوم التالية ثم أذكر ان كانت الزاويتان متجاورتان أم لا:

		 .....

1) زاويتان متتامتان:

تعريف: نسمي زاويتين متتامتين كل زاويتين مجموع قيسهما يساوي 90°.

مثال:

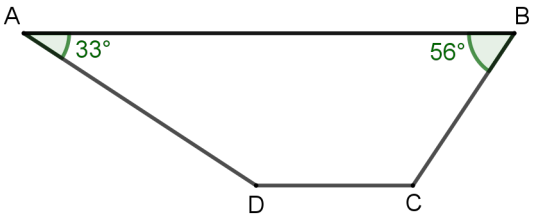


- الزاويتان $\widehat{xOy}$ و $\widehat{yOz}$ تكونان زاوية قائمة فهما **متتامتان.**

و لدينا $\widehat{yOz} + \widehat{xOy} = 90°$

- الزاويتان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{ABC}$ مجموع قيسهما يساوي 90° فهما **متتامتان**.

و لدينا $\widehat{ABC} + \widehat{BAD} = 90°$

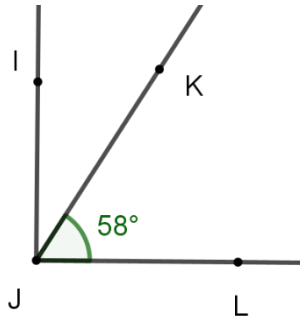


- علما أن $\widehat{EFG} = 60°$ و $\widehat{MNP} = 30°$ اذن مجموعهما يساوي 90° فهما **متتامتان** .

و لدينا $\widehat{MNP} + \widehat{EFG} = 90°$

تطبيق : أحسب $\widehat{IJK}$ في كل حالة:

الحالة الأولى:



الحالة الثانية: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{PQR}$ متتامتان حيث $\widehat{PQR} = 28°$

الـــحـــل:

الحالة الأولى: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{LJK}$ متتامتان اذن $\widehat{IJK} = 90° - \widehat{LJK}$

$= 90° - 58° = 32°$

الحالة الثانية: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{PQR}$ متتامتان حيث $\widehat{PQR} = 38°$

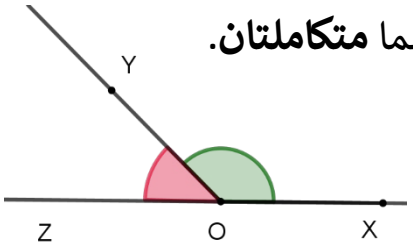
اذن $\widehat{IJK} = 90° - \widehat{PQR} = 90° - 28° = 62$

2) زاويتان متكاملتان:

تعريف: نسمي زاويتين متكاملتين كل زاويتين مجموع قيسهما يساوي 180°.

مثال:

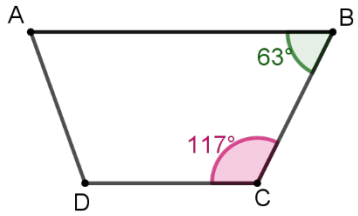
- الزاويتان $\widehat{xOy}$ و $\widehat{yOz}$ تكونان زاوية منبسطة فهما **متكاملتان**.



و لدينا $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180°$

- الزاويتان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{ABC}$ مجموعهما يساوي 180° فهما **متكاملتان**.

و لدينا $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180°$

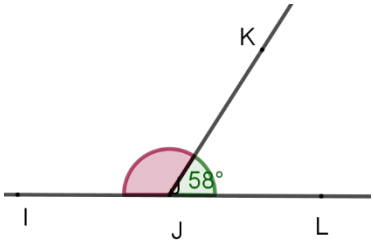


- علما أن $\widehat{EFG} = 50°$ و $\widehat{MNP} = 130°$ اذن مجموعهما يساوي 180° فهما **متكاملتان** .

و لدينا $\widehat{MNP} + \widehat{EFG} = 180°$

تطبيق : أحسب $\widehat{IJK}$ في كل حالة:

الحالة الأولى:



الحالة الثانية: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{PQR}$ متكاملتان حيث $\widehat{PQR} = 38°$

الــحــل:

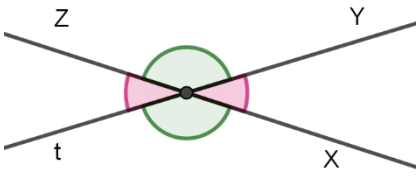
الحالة الأولى: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{LJK}$ متكاملتان

اذن $\widehat{IJK} = 180° - \widehat{LJK} = 180° - 58° = 122°$

الحالة الثانية: $\widehat{IJK}$ و $\widehat{PQR}$ متكاملتان حيث $\widehat{PQR} = 38°$

اذن $\widehat{IJK} = 180° - \widehat{PQR} = 180° - 38° = 142°$

3) زاويتان متقابلتان بالرأس:



لاحظ الرسم التالي :

1) قارن الزاويتين $\widehat{XOY}$ و $\widehat{ZOt}$.

2) قارن الزاويتين $\widehat{ZOY}$ و $\widehat{XOt}$.

- نقول أن الزاويتين $\widehat{XOY}$ و $\widehat{ZOt}$ .....

و لدينا .....

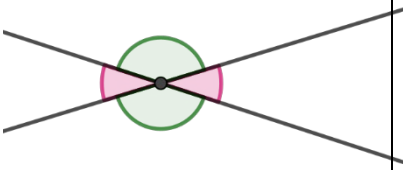
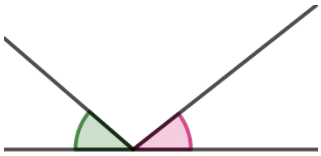
- كذلك: الزاويتان $\widehat{XOY}$ و $\widehat{ZOt}$ .....

و لدينا .....

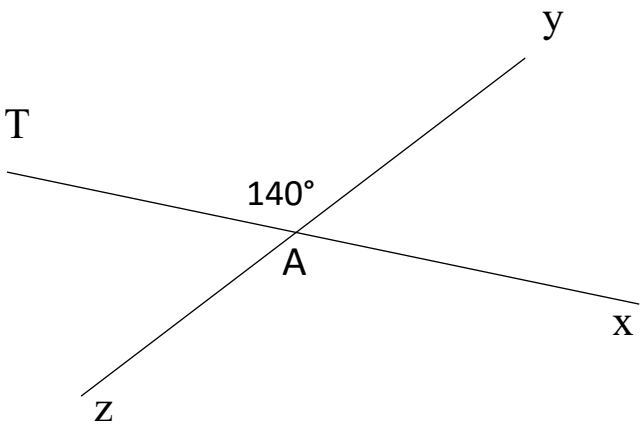
تعريف: تنتج الزوايا المتقابلة بالرأس عند تقاطع مستقيمين .

و كل زاويتين متقابلتلن بالرأس تكونان متقايستين.

تطبيق 1: لاحظ الرسوم التالية و حدد في أية حالة لدينا زوايا متقابلة بالرأس:

		 .....

تطبيق 2: لاحظ الرسم التالي:



1) أحسب: $\widehat{XAY}$

2) أحسب: $\widehat{ZAX}$

3) أحسب: $\widehat{TAZ}$

الــحــل:

1) $\widehat{XAY}$ و $\widehat{YAT}$ متكاملتان

اذن $\widehat{XAY} = 180° - \widehat{YAT} = 180° - 140° = 40°$

2) $\widehat{ZAX}$ و $\widehat{YAT}$ متقابلتان بالرأس اذن متقايستان

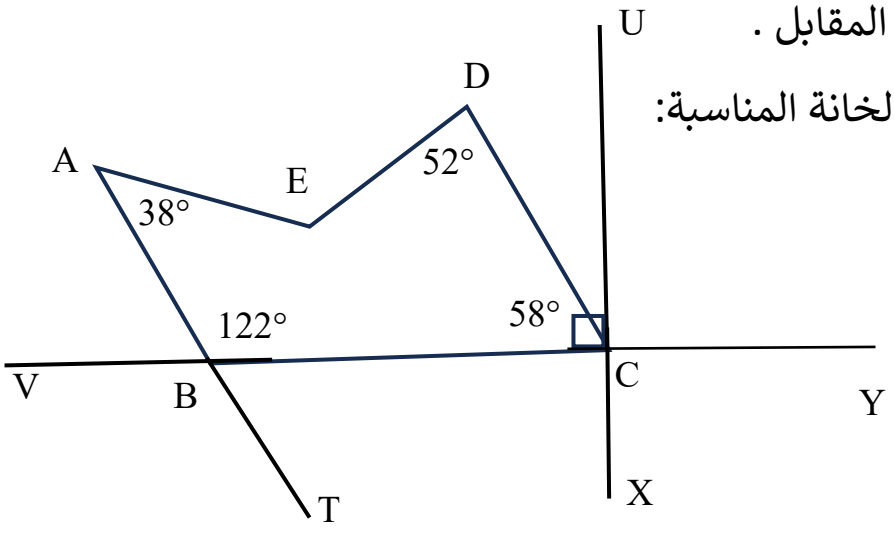
أي $\widehat{YAT} = \widehat{ZAX} = 140°$

3): $\widehat{TAZ}$ و $\widehat{XAY}$ متقابلتان بالرأس اذن متقايستان

أي $\widehat{XAY} = \widehat{TAZ} = 40°$

تطبيق 3: لاحظ الرسم المقابل .

1) ضع علامة (X) في الخانة المناسبة:



الزاويتان	متجاورتان	متتامتان	متكاملتان	متقابلتان بالرأس
$\widehat{CDE}$ و $\widehat{EAB}$				
$\widehat{UCD}$ و $\widehat{DCB}$				
$\widehat{UCD}$ و $\widehat{XCD}$				
$\widehat{CDE}$ و $\widehat{EAB}$				
$\widehat{ABV}$ و $\widehat{CBT}$				
$\widehat{ABC}$ و $\widehat{DCB}$				
$\widehat{XCY}$ و $\widehat{UCV}$				

2) أحسب : $\widehat{ABV}$ و $\widehat{TBV}$ و $\widehat{UCD}$.

الــحــل:

2) * نحسب $\widehat{ABV}$:

$\widehat{ABV}$ و $\widehat{ABC}$ متكاملتان

اذن $\widehat{ABV} = 180° - \widehat{ABC} = 180° - 122° = 58°$

* نحسب $\widehat{TBV}$:

$\widehat{TBV}$ و $\widehat{ABC}$ متقابلتان بالرأس اذن متقايستان.

اذن $\widehat{ABC} = \widehat{TBV} = 122°$

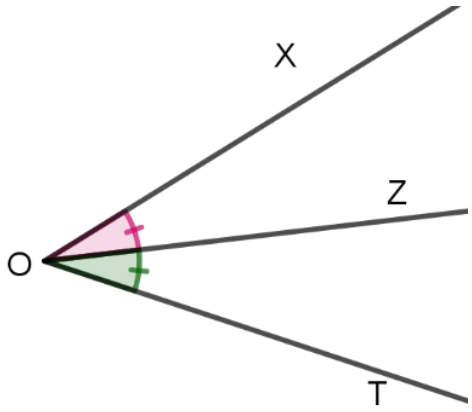
* نحسب $\widehat{UCD}$:

$\widehat{UCD}$ و $\widehat{BCD}$ متتامتان

اذن $\widehat{UCD} = 90° - \widehat{BCD} = 90° - 58° = 32°$

II) منصف الزاوية:

تعريف: منصف الزاوية هو نصف مستقيم أصله هو رأس الزاوية و يقسمها الى زاويتين متجاورتين و متقايستين.



قـــــاعــدة 1:

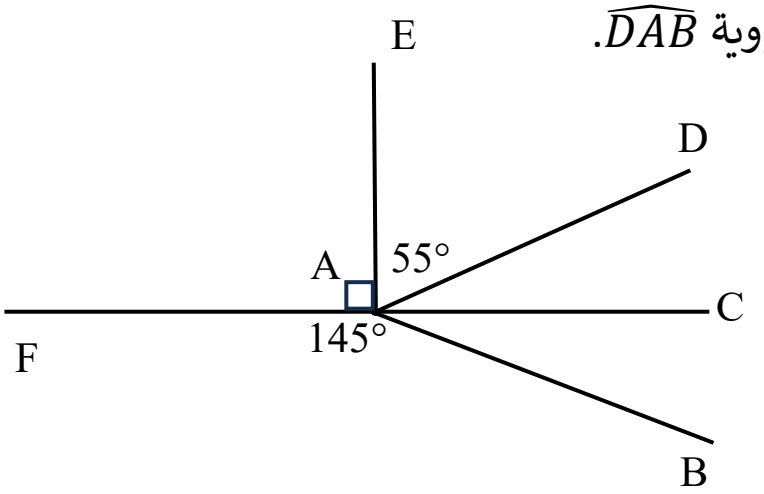
الزاويتان : $\widehat{XOZ}$ و $\widehat{TOZ}$ متجاورتان و متقايستان

يــعـنـي

نصف المستقيم (OZ] هو منصف الزاوية $\widehat{XOT}$

تطبيق 1: لاحظ الرسم المقابل .

بين أن (AC] هو منصف الزاوية $\widehat{DAB}$.



الــحـل:

- نحسب $\widehat{DAC}$

$\widehat{DAC}$ و $\widehat{DAE}$ متتامتان

اذن $\widehat{DAC} = 90° - \widehat{DAE} = 90° - 55° = 35°$

- نحسب $\widehat{BAC}$

$\widehat{BAC}$ و $\widehat{FAB}$ متكاملتان

اذن $\widehat{BAC} = 180° - \widehat{FAB} = 180° - 145° = 35°$

بالتالي الزاويتان $\widehat{DAC}$ و $\widehat{BAC}$ متجاورتان و متقايستان اذن (AC]هو منصف الزاوية $\widehat{DAB}$.

نـــشـــاط 1 ص :

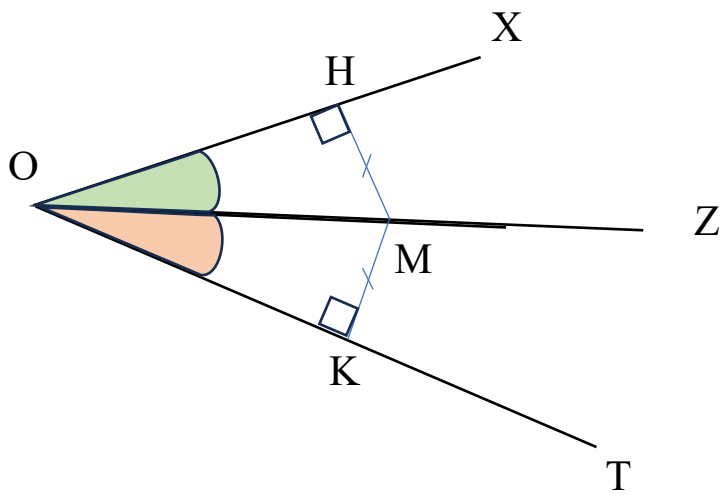
قـــــاعـــدة 2:

كل نقطة من منصف زاوية تكون متساوية البعد عن ضلعي تلك الزاوية.

أي اذا كانت نقطة M تنتمي الى منصف الزاوية $\widehat{XOY}$ فان M متساوية البعد عن الضلعين (OX] و (OY] .

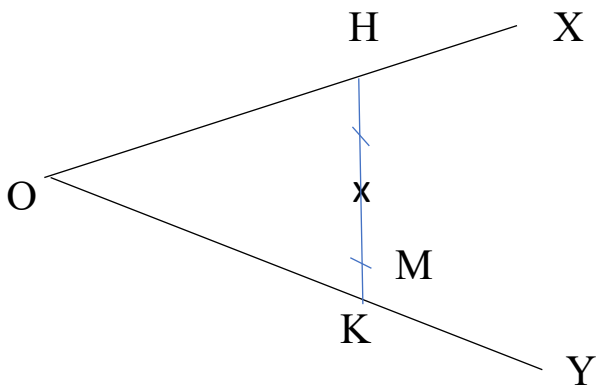
أي :

MH = MK



ملاحظة:

في هذا الرسم هل أن (OM] منصف الزاوية $\widehat{XOY}$؟



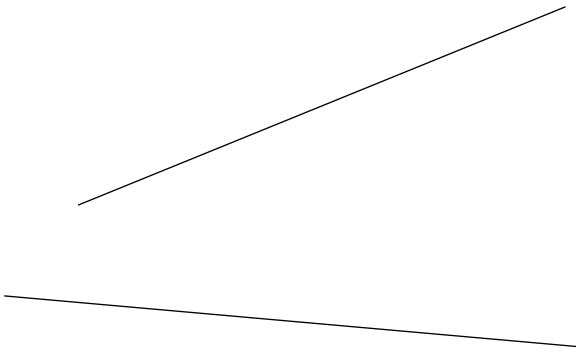
نـــشـــاط 2 ص :

قـــــاعـــدة 2:

كل نقطة من زاوية تكون متساوية البعد عن ضلعيها تنتمي الى منصف تلك الزاوية

قـــــاعـــدة 3:

منصف الزاوية هو مجموعة نقاط المستوي المتساوية البعد عن ضلعيها.



تطبيق 2 :

ابن نقطة M تكون متساوية البعد

عن المستقيمين Δ' و Δ

تطبيق 3 :

1) ارسم دائرة (C) مركزها O و عين عليها نقطتين A و B حيث A و B و O ليست على استقامة واحدة.
2) ابن المماس لـ (C) في A و المماس لـ(C) في B فيتقاطعان في T
3) بين أن [TO) هو منصف الزاوية $\widehat{ATB}$.

الـحــل:

بعد O عن (TA] هو OA

و بعد O عن (TB] هو OB

و بما ان A و B تنتميان الى الدائرة فان OA = OB

أي أن O متساوية البعد عن ضلعي الزاوية $\widehat{ATB}$

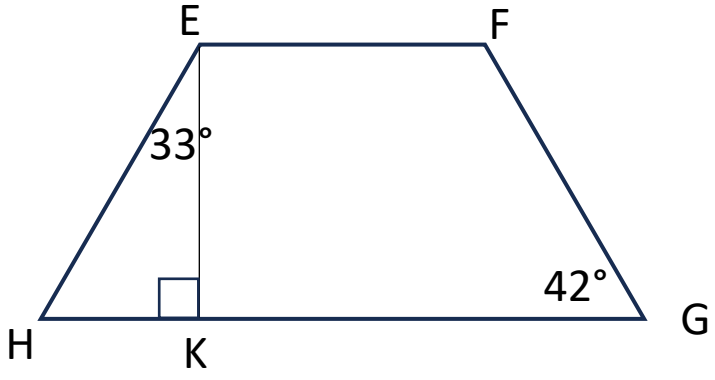
فان (TO] هو منصف الزاوية $\widehat{ATB}$.

III) مجموع زوايا مثلث - مجموع زوايا رباعي محدب:

قـــــاعــدة:

- مجموع أقيسة زوايا مثلث يساوي 180°
- مجموع أقيسة زوايا رباعي محدب يساوي 360°

تطبيق 1 : أحسب أقيسة زوايا شبه المنحرف EFGH.



الـــحـل:

- نحسب $\widehat{EHK}$: في المثلث EHK لدينا

$$\widehat{EHK} = 180° - \left(\widehat{HEK} + \widehat{EKH}\right) = 180° - (90° + 33°)$$

$$\widehat{EHK} = 57°$$

- نحسب $\widehat{FEH}$:

$$\widehat{FEH} = \widehat{KEH} + \widehat{FEK} = 33° + 90° = 123°$$

- نحسب $\widehat{EFG}$: في الرباعي EFGH لدينا:

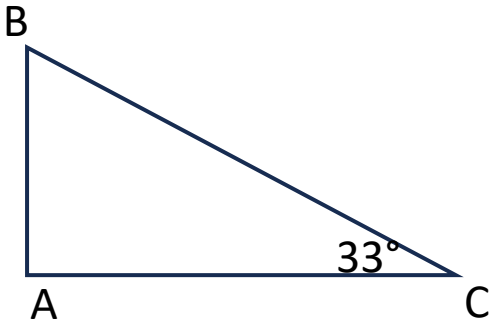
$$\widehat{EFG} = 360° - \left(\widehat{FEH} + \widehat{EHG} + \widehat{FGH}\right)$$

$$360° - (123° + 57° + 42°) = 360° - 222° = 138°$$

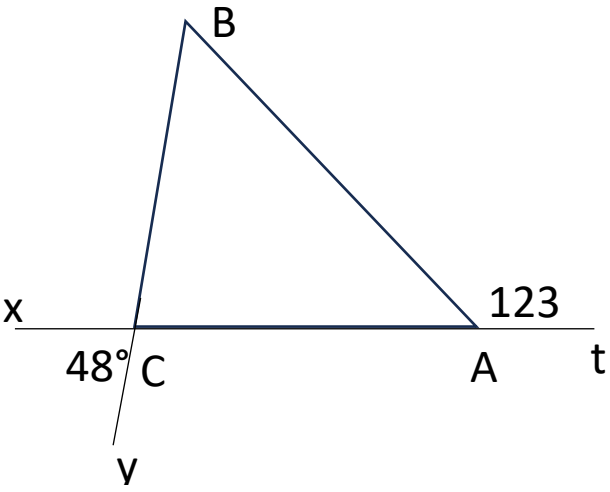
تطبيق 1 : أحسب قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ في كل حالة:

الحالة الأولى:

ABC مثلث قائم في A .



الحالة الثانية:



الحـــل:

ABC مثلث قائم في A .

اذن

$\widehat{ABC} = 180° - (\widehat{ABC} + \widehat{ABC})$

= 180° - (90° + 33°)

= 180° - 123° = 57°

* نحسب $\widehat{CAB}$

$\widehat{CAB}$ و $\widehat{tAB}$ متكاملتان

اذن $\widehat{CAB} = 180° - \widehat{tAB}$

= 180° - 123° = 57°

*نحسب $\widehat{ACB}$

$\widehat{ACB}$ و $\widehat{xCy}$ متقابلتان بالرأس

اذن متقايستان.

أي $\widehat{ACB} = 48°$ = $\widehat{xCy}$

* نحسب $\widehat{ABC}$

في المثلث ABC لدينا

$\widehat{ABC} = 180° - (\widehat{ACB} + \widehat{CAB})$